

図形・求積

1. 頂点及び底面の直径を含む平面で切断したときの断面が、頂角 θ ($0 < \theta < \pi$), 等辺 1 の二等辺三角形となる直円錐がある. この直円錐を母線の一つを軸に一回転させたとき, 直円錐の表面及び内部が通過する領域の体積 V_θ を求めよ.

2. 点 O を原点とする xyz 空間において, $0 < a$ を満たす a に対して

$$\overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1-a \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{OC} = \begin{pmatrix} -1 \\ a^{-1} \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{とする.}$$

$$\overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB} + u\overrightarrow{OC} \quad (s \geq 0, \quad t \geq 0, \quad u \geq 0, \quad s + 3t + 2u \leq 6)$$

によって定められる点 P が存在しうる範囲を W_a とするとき, W_a の体積の最小値を求めよ.

3. $a < 0$ または $1 < a$ とする. 2 つのベクトル $\mathbf{x} = (a, 4(a-1)^{-1})$, $\mathbf{y} = (-9a^{-1}, a-1)$ が張る平行四辺形の面積の最小値及びそのときの a の値を求めよ.